



Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Дагестанский государственный университет»

Факультет математики и компьютерных наук

«Утверждаю»

Проректор по научной работе

и инновациям

Ашурбеков Н.А.

25» февраля 2018 г.



**ПРОГРАММА**

вступительного экзамена в аспирантуру по подготовке  
научно-педагогических кадров высшей квалификации  
по направлению 02.06.01  
«КОМПЬЮТЕРНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ НАУКИ»  
Профиль - 01.01.07 – Вычислительная математика

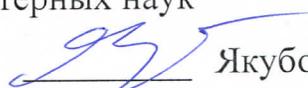
Махачкала 2018

Программа вступительного экзамена по направлению **02.06.01** – **Компьютерные и информационные науки** составлена на основе федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по программе магистратуры.

Программа утверждена на заседании  
ученого совета факультета математики и компьютерных наук  
протокол № 5 от 26 января 2018г.

Декан факультета математики и компьютерных наук

« 26 » января 2018 г.

 Якубов А.З.

## **Математический анализ**

1. Доказательство теоремы Вейерштрасса о пределах монотонной ограниченной последовательности.
2. Вывод первого замечательного предела, вывод второго замечательного предела.
3. Признак Коши сходимости положительного ряда. Сравнение признаков Коши и Даламбера.
4. Вывод табличных производных и доказательство правил дифференцирования.
5. Доказательство формулы Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
6. Другие формы остаточного члена.
7. Доказательство интегрируемости непрерывной на отрезке функции.
8. Доказательство формулы Ньютона-Лейбница.
9. Доказательство необходимого условия локального экстремума функций нескольких переменных, доказательство достаточного условия локального экстремума.
10. Доказательство признака Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
11. Разложение функции в ряд Тейлора. суммы, почленное дифференцирование и интегрирование.

## **Алгебра и аналитическая геометрия.**

12. Определитель, его свойства, правило Крамера.
13. Ранг матрицы, его вычисление. Критерии совместности системы линейных уравнений.
14. Решение однородных систем линейных уравнений, фундаментальная система решений.
15. Действия с матрицами, существование обратной матрицы.
16. Комплексные числа, модуль, аргумент, формула Муавра. Извлечение корней  $n$ -ой степени из комплексного числа.

17. Линейное пространство; базис, размерность. Подпространство.

18. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.

Характеристический многочлен.

19. Уравнения плоскости и прямой в пространстве.

20. Канонические уравнения эллипса, гиперболы; параболы с выводом одного из них.

21. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов, их геометрические приложения.

### **Дифференциальные уравнения.**

22. Теорема существования и единственности задачи Коши для уравнений и систем.

23. Решение линейных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами.

24. Линейные однородные системы. Фундаментальная система решений.

25. Решение линейных систем с постоянными коэффициентами.

26. Устойчивость линейных систем с постоянными коэффициентами.

27. Метод функций Ляпунова.

28. Устойчивость по первому приближению.

29. Фазовые портреты линейных автономных систем на плоскости.

30. Фазовые портреты нелинейных автономных систем на плоскости.

31. Теорема о предельном переходе (теорема Тихонова).

32. Классификация линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка.

33. Метод Фурье решения уравнения теплопроводности.

Гармонические функции и их свойства.

34. Понятие корректно поставленной задачи. Пример Адамара некорректно поставленной задачи.

### **Основы функционального анализа**

35. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортогональной системе функций, неравенство Бесселя. Сходимость рядов Фурье.
36. Равностепенная непрерывность и равномерная ограниченность семейства функций. Теорема Арцела.
37. Линейные операторы. Норма линейного оператора.

### **Основы вариационного исчисления**

38. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
39. Градиентные методы поиска экстремума.
40. Метод Лагранжа нахождения условного экстремума функции многих переменных.

### **Теория приближения функций**

Понятие интерполяции. Алгебраический интерполяционный многочлен, его существование и единственность. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа, остаточный член и его оценка. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона. Запись остаточного члена с помощью разделенных разностей. Многочлены Чебышева и его свойства. Использование многочленов Чебышева для оптимизации погрешности приближения интерполяционным многочленом за счет выбора узлов интерполяции. Наилучшее приближение в линейном нормированном пространстве. Существование элемента наилучшего приближения. Единственность элемента наилучшего приближения в строго нормированном пространстве. Многочлен наилучшего равномерного приближения. Теорема о единственности многочлена наилучшего равномерного приближения. Критерий Чебышева для многочлена наилучшего равномерного приближения. Понятие о сплайнах. Построение кубического интерполяционного сплайна.

### **Численное интегрирование**

Квадратурные формулы прямоугольников, трапеции и Симпсона (простейшие и составные). Остаточные члены этих формул. Оценка погрешности. Многочлены Лежандра и их свойства. Вывод квадратурных формул Гаусса. Вычисление интегралов в нерегулярном случае.

### **Численные методы алгебры**

Прямые методы решения СЛАУ: метод Гаусса, метод квадратного корня, метод Халецкого. Оценка числа арифметических операций. Полная и частичная проблемы собственных значений матрицы. Итерационно-степенной метод нахождения наибольшего по модулю собственного значения матрицы. Итерационный метод вращения решения полной проблемы

собственных значений для симметричной матрицы. Схема алгоритма, сходимость. Нормы векторов и матриц. Матричная геометрическая прогрессия, ее сходимость, оценка погрешности. Метод простой итерации решения СЛАУ. Необходимые и достаточные условия сходимости. Достаточные условия сходимости метода простой итерации, оценка погрешности. Метод Зейделя решения СЛАУ. Необходимые и достаточные условия сходимости. Достаточные условия сходимости метода Зейделя. Метод простой итерации для функционального уравнения  $x=Vx$ . Теорема о сходимости. Метод Ньютона решения функционального уравнения  $F(x)=0$ . Теорема о сходимости.

### **Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)**

. Метод Рунге-Кутты. Оценка погрешности одношаговых методов. Интерполяционные и экстраполяционные методы Адамса, их вывод, применение к решению задачи Коши для ОДУ. Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка. Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, порядок аппроксимации, устойчивость, сходимость, порядок сходимости. Дискретный принцип максимума. Численные методы стрельбы и прогонки решения разностной схемы, аппроксимирующей простейшую двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка со вторым порядком аппроксимации.

### **Численные методы решения уравнений в частных производных**

Основные понятия теории разностных схем (узел, шаблон, сетка, аппроксимация, порядок аппроксимации, устойчивость, сходимость, порядок сходимости). Связь между аппроксимацией, устойчивостью и сходимостью (теорема). Явная и неявная двухслойная разностные схемы, аппроксимирующие задачу Коши и смешанную граничную задачу для уравнения теплопроводности. Необходимое и достаточное условие сходимости явной двухслойной разностной схемы. Аппроксимация задач Дирихле и Неймана для простейшего эллиптического уравнения второго порядка, порядок аппроксимации. Итерационный метод Либмана и метод матричной прогонки решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике. Метод расщепления для уравнения теплопроводности с двумя пространственными переменными, схема алгоритма применения этого метода. Разностные схемы, аппроксимирующие задачу Коши и смешанную граничную задачу для уравнения колебания струны. Необходимое условие сходимости разностной схемы аппроксимирующей смешанную граничную задачу для уравнения колебания струны.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зорич В.А. Математический анализ. Ч. 1: учебник для вузов: В 2 ч. В.А. Зорич - М.: МЦНМО, 2007.
2. Архипов Г.И., Садовничий В.А. Чубариков Лекции по математическому анализу: Учебник для вузов. - М.: Высшая школа, 2000.
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру: Учебник для ун-тов. - М.: Физматлит, 2004
4. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения: учеб. для вузов. - М.: Физматлит, 2005 (Реком. МО)
5. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. для вузов. - М.: Физматлит, 2004 (Реком. МО).
6. Колмогоров А.Н. Элементы теории функции и функционального анализа.-М: Наука, 1972.
7. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М: Наука, 1969, 224 с.
8. Турчак Л. И., Плотников П.В. Основы численных методов: Учебное пособие для вузов.-М.: Физматлит, 2003.
9. Бобков В.В., Крылов В.И., Монастырский П.И. Вычислительные методы, 1976-1977, М: Наука т.1 и т.2.
10. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы, 1987, М: Наука, 600 с.
11. Окулов С.М. Основы программирования. – М.: ЮНИМЕДИАСТАЙЛ, 2002.
12. Мартыненко С.И. Многосеточная технология. Теория и приложения. 2016, 208 с.
13. Формалев В.Ф. Теплопроводность анизотропных тел. Аналитические методы решения задач, 2015, 312 с.
14. Леонов А.С. Решение некорректно поставленных обратных задач. Очерк теории, практические алгоритмы и демонстрация в МАТЛАБ, 2016, 336 с.