



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук  
*Кафедра прикладной математики*



«Утверждаю»  
Проректор по научной работе  
и инновациям  
Ашурбеков Н.А.

12.06.2023 г.

**ПРОГРАММА**

вступительного экзамена в аспирантуру по подготовке научных и  
научно-педагогических кадров  
по направлению:  
02.06.01 – «КОМПЬЮТЕРНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ НАУКИ»  
(профиль: 1.1.6 - Вычислительная математика)

Настоящая программа вступительного экзамена в аспирантуру ФГБОУ ВО «Дагестанский государственный университет» по направлению 02.06.01 «Компьютерные и информационные науки» (профиль: 1.1.6 - Вычислительная математика) составлена на основе ФГОС ВО по программам магистратуры и охватывает важнейшие разделы вычислительной математики.

Разработчик: Бейбалаев В.Д. - кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики.

Программа обсуждена и одобрена на заседании кафедры прикладной математики «15» февраля 2023 г., протокол № 6

Завкафедрой  Кадиев Р.И.

и

на заседании ученого совета факультета математики и компьютерных наук «28» февраля 2023 г., протокол №7

Декан факультета математики и

компьютерных наук Якубов А.З. 

Программа вступительного экзамена согласована с Управлением аспирантуры и докторантуры

«17» 03. Марта 2023г. Рамазанова Э.Т.

Программа  
по профилю 1.1.6 - Вычислительная математика

Непрерывные функции одной переменной и их свойства. Равномерная непрерывность. Равностепенная непрерывность семейства функций. Теорема Арцела.

Функция многих переменных. Полный дифференциал и его геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости. Градиент.

Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывных функций. Первообразная непрерывной функции. Приближенное вычисление определенного интеграла. Формулы трапеции и Симпсона. Оценки погрешности. Понятие о методе Гаусса.

Числовые ряды. Сходимость рядов. Критерий сходимости Коши. Достаточные признаки сходимости.

Абсолютная и условная сходимость рядов. Свойства абсолютной сходимости рядов. Перестановка членов ряда. Умножение рядов.

Ряды и последовательности функций. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов (непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование).

Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость по параметру и ее признаки. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование интеграла по параметру.

Мера множества. Измеримые функции. Интеграл Лебега и ее основные свойства.

Степенные ряды в действительной и комплексной области. Радиус сходимости. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов (почленное интегрирование и дифференцирование.) Разложение элементарных функций.

Функции комплексной переменной. Условия Коши- Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.

Элементарные функции комплексной переменной и даваемые ими конформные отображения. Простейшие многозначные функции.

Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора.

Ряд Лорана. Полюс и существенно особая точка. Вычеты. Основная теорема о вычетах и ее применение.

Линейные преобразования. Квадратичные формулы, приведение их каноническому виду. Закон инерции.

Линейная зависимость/независимость векторов. Ранг матрицы. Система линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера –Капелли. Общее решение СЛАУ.

Ортогональные преобразования в евклидовом пространстве и ортогональные матрицы. Свойства ортогональных матриц.

Характеристический многочлен линейного преобразования векторного пространства. Собственные числа и собственные векторы, и их преобразования.

Итерационные методы решения уравнений  $F(x) = 0$ . Принцип сжатых отображений.

Линейные операторы, нормы линейного оператора. Итерационные методы решения СЛАУ (Метод простой итерации, метод Зейделя.)

Гильбертово пространство. Линейные и билинейные функционалы в гильбертовом пространстве. Линейные уравнения с вполне непрерывным оператором.

Интегральные уравнения Фредгольма второго рода. Теорема Фредгольма. Интегральные уравнения с симметричным ядром.

Ортогональная система функций. Ряды Фурье по ортогональной системе функций, неравенство Бесселя. Сходимость ряда Фурье. Достаточные условия сходимости.

Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения, системы уравнений первого порядка и для уравнений  $n$ -го порядка.

Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Линейные однородные уравнения. Линейная независимость функций. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Общее решение неоднородного уравнения.

Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

Устойчивость по Ляпунову решения ОДУ. Теорема об устойчивости по первому приближению.

Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера. Вариационная задача с подвижными концами. Условие трансверсальности.

Градиентные методы поиска экстремума.

Численные решения ОДУ. Способ Адамса. Оценка погрешности и сходимость метода Адамса на примере метода Эйлера. Понятие о методе Рунге-Кутты.

Классификация линейных уравнений в частных производных. Основные виды краевых задач для различных типов уравнений. Понятие о корректности постановки краевых задач. Пример Адамара.

Основные понятия теории разностных схем для линейных уравнений в частных производных. Сходимость, устойчивость, аппроксимация. Аппроксимация задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике простейшей разностной схемой. Порядок аппроксимации, устойчивость.

первая краевая задача для уравнений теплопроводности ее физический смысл. Исследование простейших разностных схем для этой задачи.

Основные итерационные методы решения систем ЛУ.

Методы решения проблемы собственных значений.

Метод статистических испытаний (Монте - Карло) и его приложения к приближенному вычислению интеграла и другим прикладным задачам.

Основные этапы математического моделирования. Основные классы математических моделей. Вычислительный эксперимент как средство исследования сложных, нелинейных задач. Методы обработки экспериментальных данных. Метод наименьших квадратов.

## Литература

к программе по профилю 1.1.6

Основная:

1. Мастяева И.Н. Численные методы [Электронный ресурс]: учебное пособие / И.Н. Мастяева, О.Н. Семенихина. — Электрон. текстовые данные. — М.: Евразийский открытый институт, Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2003. — 241 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/11121.html> (дата обращения 21.06.2021).
2. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М. Наука, 1989. <http://www.mat.net.ua/mat/Gulin-Chislennie-metodi.htm> (дата обращения 1.02.2021).
3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М. Наука, 1987.
4. Демидович Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения: учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова; под ред. Б. П. Демидовича. - 4-е изд., стер. - СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2008. - 400 с.
5. Долгополов Д.В. Методы нахождения собственных значений и собственных векторов матриц: методические указания / Д. В. Долгополов; СПбГТИ (ТУ). Каф. прикл. математики. - СПб., 2005. - 39 с.
6. Устинов, С. М. Вычислительная математика: учебное пособие для вузов по направлениям подготовки 220100 "Системный анализ и управление" и 230100 "Информатика и вычислительная техника" / С. М. Устинов, В. А. Зимницкий. - СПб.: БХВ - Петербург, 2009. - 330 с.
7. Волков, В.А. Численные методы: учебное пособие / Е. А. Волков. - 5-е изд. - СПб. - М.; Краснодар: Лань, 2008. - 248 с.
8. Жидков Е.Н. Вычислительная математика: учебное пособие для вузов по направлениям "Информатика и вычислительная техника", "Информационные системы" / Е. Н. Жидков. - М.: Академия, 2010. - 200 с.

9. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. Математика. М.: Едиториал УРСС, 2000.- 320 с.

10. Л.Д. Кудрявцев. Курс математического анализа: учебник для студентов вузов, обучающихся по естественнонаучным и техническим направлениям и специальностям: \*В 3т.+ Издание 5-е, перераб. и доп.- М.: Дрофа, 2003. Т. 1: Дифференциальное и интегральное исчисление одной переменной. - 2003.-702 с.

11. А.В. Пантелеев, А.С. Якимова, А.В. Босов. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Вузовская книга. - 2012.-188 с.

Дополнительная:

1. Сборник задач по методам вычислений под редакцией Монастырного П.И. Минск, 1969.

2. Лукина М.В. Методы приближённых вычислений: методические указания / М. В. Лукина; СПбГТИ (ТУ). Каф. прикл. математики. - СПб., 2002. - 40 с.

3. Долгополов Д.В. Реализация численных методов в системе MathCAD. методические указания / Д. В. Долгополов; СПбГТИ (ТУ). Каф. прикл. математики. - СПб., 2000. - 78 с.

4. С.Б. Кадомцев. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. М.: ФИЗМАТЛИТ. - 2011.-168 с.

### Вопросы по профилю 1.1.6

1) Понятие интерполяции. Алгебраический интерполяционный многочлен, его существование и единственность.

2) Свойства функций, непрерывных на отрезке. Интегрируемость непрерывной функции.

- 3) Функция многих переменных, полный дифференциал и его геометрический смысл.
- 4) Абсолютная и условная сходимости рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
- 5) Равностепенная непрерывность семейства функций. Теорема Арцела.
- 6) Признаки сходимости числовых рядов.
- 7) Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функциональных рядов.
- 8) Интеграл Лебега.
- 9) Радиус сходимости степенных рядов, теорема Абеля.
- 10) Функции комплексной переменной, условия Коши-Римана.
- 11) Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру, интеграл Коши.
- 12) Ряд Тейлора.
- 13) Ряд Лорана, полюс и существенно особая точка.
- 14) Вычеты, основная теорема о вычетах и ее применение.
- 15) Линейная зависимость векторов, ранг матрицы, система линейных алгебраических уравнений.
- 16) Теорема Кронекера–Капелли, общее решение СЛАУ.
- 17) Характеристический многочлен линейного преобразования векторного пространства, собственные числа и собственные векторы.
- 18) Итерационные методы решения СЛАУ: метод простой итерации и метод Зейделя.
- 19) Интегральные уравнения Фредгольма второго рода, теорема Фредгольма.
- 20) Ряды Фурье по ортогональной системе функций, неравенство Бесселя. Достаточные условия сходимости ряда Фурье.
- 21) Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

- 22) Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка.
- 23) Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
- 24) Устойчивость по Ляпунову решения ОДУ. Теорема об устойчивости по первому приближению.
- 25) Простейшая задача вариационного исчисления.
- 26) Численное решение ОДУ: способ Адамса, оценка погрешности и сходимость метода Адамса на примере метода Эйлера.
- 27) Численное решение ОДУ методом Рунге-Кутты.
- 28) Понятие о корректности постановки краевых задач. Пример Адамара.
- 29) Аппроксимация задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике простейшей разностной схемой.
- 30) Первая краевая задача для уравнений теплопроводности и её физический смысл.
- 31) Методы решения проблемы собственных значений.
- 32) Приближенное вычисление интеграла методом Монте – Карло.
- 33) Основные классы математических моделей.
- 34) Основные понятия теории разностных схем. Связь между аппроксимацией, устойчивостью и сходимостью.
- 35) Необходимое и достаточное условие сходимости явной двухслойной разностной схемы для уравнения теплопроводности.