



**Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Дагестанский государственный университет»**

Факультет математики и компьютерных наук

«Утверждаю»

Ректор ФГБОУ ВО «Дагестанский
государственный университет»

Рабаданов М.Х.

«30» марта 2017 г.



ПРОГРАММА

вступительного экзамена в аспирантуру по подготовке
научно-педагогических кадров высшей квалификации
по направлению 02.06.01
«КОМПЬЮТЕРНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ НАУКИ»
Профиль - 01.01.07 – Вычислительная математика

Программа составлена на основании федеральных образовательных стандартов высшего профессионального образования магистратуры и специалитета.

Программа утверждена на заседании
ученого совета факультета математики и компьютерных наук
протокол № 7 от 3.03, 2017 г.

Декан факультета математики и компьютерных наук

«03» марта 2017 г.



А.З.Якубов

Направление 02.06.01 – Компьютерные и информационные науки

Профиль 01.01.07 «ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА»

1. Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывной функции. Первообразная непрерывной функции.
2. Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойства абсолютного сходимости рядов.
3. Числовые ряды сходимости рядов. Критерий сходимости Коши. Достаточные признаки сходимости (Коши, Даламбера, сравнения, Лейбница).
4. Равномерная сходимость функциональных рядов. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов (непрерывность суммы, почленное дифференцирование и интегрирование, почленный переход к пределу).
5. Функции многих переменных. Полный дифференциал и его геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости. Градиент.
6. Непрерывность функции в точке, на отрезке. Свойства функций, непрерывность на отрезке.
7. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Ранг матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Теорема Кронекера-Капелли.
8. Функция комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля.
9. Степенные ряды в действительной и в комплексной областях. Радиус сходимости. Теорема Коши-Адамара.
10. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы уравнений первого порядка.
11. Линейное однородное дифференциальное уравнение. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Общее решение однородного уравнения.
12. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.
13. Дифференциальные уравнения, допускающие понижения порядка.
14. Метод вариации произвольной постоянной. Решение линейных дифференциальных уравнений второго порядка.
15. Классификация линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка.
16. Метод Фурье решения уравнения теплопроводности. Гармонические функции и их свойства.
17. Понятие корректно поставленной задачи. Пример Адамара некорректно поставленной задачи.

18. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортогональной системе функций, неравенство Бесселя. Сходимость рядов Фурье.
19. Равностепенная непрерывность и равномерная ограниченность семейства функций. Теорема Арцела.
20. Линейные операторы. Норма линейного оператора.
21. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
22. Градиентные методы поиска экстремума.
23. Метод Лагранжа нахождения условного экстремума функции многих переменных.

Теория приближения функций

Понятие интерполяции. Алгебраический интерполяционный многочлен, его существование и единственность. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа, остаточный член и его оценка. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона. Запись остаточного члена с помощью разделенных разностей. Многочлены Чебышева и его свойства. Использование многочленов Чебышева для оптимизации погрешности приближения интерполяционным многочленом за счет выбора узлов интерполяции. Наилучшее приближение в линейном нормированном пространстве. Существование элемента наилучшего приближения. Единственность элемента наилучшего приближения в строго нормированном пространстве. Многочлен наилучшего равномерного приближения. Теорема о единственности многочлена наилучшего равномерного приближения. Критерий Чебышева для многочлена наилучшего равномерного приближения. Понятие о сплайнах. Построение кубического интерполяционного сплайна.

Численное интегрирование

Квадратурные формулы прямоугольников, трапеции и Симпсона (простейшие и составные). Остаточные члены этих формул. Оценка погрешности. Многочлены Лежандра и их свойства. Вывод квадратурных формул Гаусса. Вычисление интегралов в нерегулярном случае.

Численные методы алгебры

Прямые методы решения СЛАУ: метод Гаусса, метод квадратного корня, метод Халецкого. Оценка числа арифметических операций. Полная и частичная проблемы собственных значений матрицы. Итерационно-степенной метод нахождения наибольшего по модулю собственного значения матрицы. Итерационный метод вращения полной проблемы собственных значений для симметричной матрицы. Схема алгоритма, сходи-

мость. Нормы векторов и матриц. Матричная геометрическая прогрессия, ее сходимость, оценка погрешности. Метод простой итерации решения СЛАУ. Необходимые и достаточные условия сходимости. Достаточные условия сходимости метода простой итерации, оценка погрешности. Метод Зейделя решения СЛАУ. Необходимые и достаточные условия сходимости. Достаточные условия сходимости метода Зейделя. Метод простой итерации для функционального уравнения $x = \varphi(x)$; Теорема о сходимости. Метод Ньютона решения функционального уравнения $F(x) = 0$. Теорема о сходимости.

Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)

Метод Рунге-Кутты. Оценка погрешности одношаговых методов. Интерполяционные и экстраполяционные методы Адамса, их вывод, применение к решению задачи Коши для ОДУ. Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка. Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, порядок аппроксимации, устойчивость, сходимость, порядок сходимости. Дискретный принцип максимума. Численные методы стрельбы и прогонки решения разностной схемы, аппроксимирующей простейшую двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка со вторым порядком аппроксимации.

Численные методы решения уравнений в частных производных

Основные понятия теории разностных схем (узел, шаблон, сетка, аппроксимация, порядок аппроксимации, устойчивость, сходимость, порядок сходимости). Связь между аппроксимацией, устойчивостью и сходимостью (теоремы). Явная и неявная двухслойная разностные схемы, аппроксимирующие задачу Коши и смешанную граничную задачу для уравнения теплопроводности. Необходимое и достаточное условие сходимости явной двухслойной разностной схем. Аппроксимация задачи Дирихле и Неймана для простейшего эллиптического уравнения / второго порядка, порядок аппроксимации. Итерационный метод Либмана и метод матричной прогонки решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике. Метод расщепления для уравнения теплопроводности с двумя пространственными переменными, схема алгоритма применения этого метода.

Разностные схемы, аппроксимирующие задачу Коши и смешанную граничную задачу для уравнения колебания струны. Необходимое условие сходимости разностной схемы аппроксимирующей смешанную граничную задачу для уравнения колебания струны.

Литература

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. 6-е изд. М.: Изд-во МГУ, 1999.
2. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981.
3. Треногин В.А. Функциональный анализ. М.: Наука, 1980.
4. Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика. 4-е изд. М.: Физматлит, 2000.
5. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. М.: Наука, 1977.
6. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. М.: Наука,
7. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1982.
8. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Физматлит, 2001.
9. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1977.
10. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.