



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

Кафедра математического анализа



«Утверждаю»

Проректор по научной работе и
инновациям

Н.А. Ашурбеков

«16» апреля 2021 г.

Рабочая программа дисциплины

«ОРТОГОНАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ФУНКЦИЙ»

по направлению подготовки: 01.06.01 – Математика и механика

Уровень образования:

Подготовка кадров высшей квалификации (аспирантура)

Квалификация (степень) выпускника:

«Исследователь. Преподаватель-исследователь»

Статус дисциплины: вариативная (по выбору)

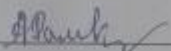
Махачкала, 2021

Рабочая программа дисциплины составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки **01.06.01 – Математика и механика**, квалификация выпускника: «Исследователь. Преподаватель-исследователь» от 30 июля 2014 г. №866.

Разработчики: кафедра математического анализа,
Рамазанов А.-Р.К., д.ф.-м.н, профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:

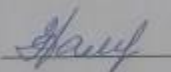
на заседании кафедры от 23 04 2021 г., протокол №8

Зав. кафедрой  Рамазанов А.-Р.К.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от 23 04 2021 г., протокол №8

Председатель  Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована
с Управлением аспирантуры и докторантуры

«26» апреля 2021 г.  Рамазанова Э.Т.

Аннотация

Дисциплина относится к вариативной части блока I дисциплин (дисциплины по выбору). Изучение дисциплины определено направленностью программы аспирантуры «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Дисциплина реализуется кафедрой математического анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с теорией ортогональных систем функций и ее приложений в различных областях математики и естественнонаучных дисциплин.

Дисциплина нацелена на формирование компетенций выпускника аспирантуры: УК-2, УК-3, ОПК-1, ОПК-2, ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-4.

1. Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям обучающегося в аспирантуре по направлению подготовки кадров высшей квалификации и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, и обучающихся направления подготовки 01.06.01 Математика и механика, изучающих дисциплину **Ортогональные системы функций**.

Программа разработана в соответствии с:

- Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.06.01 – Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденным приказом Минобрнауки РФ от 30 июля 2014 г. № 866;
- Образовательной программой 01.06.01 Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации);
- Учебным планом университета по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика, утвержденным в 2020 г.

Объем дисциплины 3 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семестр	Учебные занятия						СРС, в том числе зачет	Форма промежуточной аттестации (зачет)
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всего	из них						
Лекции		Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации			
3к	18	8	10				90	зачет

Цели освоения дисциплины:

- Формирование у аспирантов углубленных профессиональных знаний в области теории ортогональных систем функций.

- Творческое овладение основными методами теории ортогональных систем функций для приложений в различных областях математики и естественнонаучных дисциплин.

Задачи освоения дисциплины:

знать: общие свойства ортогональных систем функций, классические ортогональные многочлены и свойства их нулей; основные теоремы о разложении функций в ряды ортогональных систем функций и скорости сходимости таких рядов;

уметь решать задачи, связанные с разложением функций из различных классов в ортогональные ряды, а также с преобразованиями рядов; применять свойства ортогональных систем функций для составления квадратурных формул, выбора их узлов и в оценках остаточного члена в приближенных вычислениях интегралов и других задачах прикладной математики;

владеть методами теории ортогональных систем функций для применения в области математики и в других областях своей научно-исследовательской деятельности.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре

В результате освоения программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине (модулю):

<i>Коды компетенции</i>	Результаты освоения ОПОП <i>Содержание компетенций</i>	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
УК-2	Обладать способностью проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области истории и философии науки	Знать: общие вопросы теории ортогональных систем функций, различные виды ортогональных систем, источники их получения. Уметь: давать сравнительный анализ разных ортогональных систем функций, находить их сходственные черты, применять их в комплексных исследованиях, включая междисциплинарные исследования. Владеть навыками подбора подходящего веса или ортогональной системы для адекватного применения в комплексных исследованиях по математике или другим дисциплинам.
УК-3	Обладать готовностью участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач	Знать на достаточно высоком уровне современные вопросы теории ортогональных систем функций. Уметь применять основные теоремы теории ортогональных систем в теории приближения, экстремальных задачах, теории интерполирования, квадратурных формулах. Владеть основными разделами и важнейшими методами теории ортогональных систем функций для

		возможности их применения при решении научных и научно-образовательных задач.
ОПК-1	Обладать способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	Знать фундаментальные свойства различных ортогональных систем и различных классов функций. Уметь давать оценки скорости сходимости ортогональных рядов в различных метриках для различных классов функций, в частности, с использованием современных методов исследования, с использованием информационно-коммуникационных технологий. Владеть современными методами и навыками оценки скорости сходимости ортогональных рядов для различных классов функций.
ОПК-2	Обладать готовностью к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования	Знать на достаточно высоком уровне вопросы теории ортогональных систем функций по основным образовательным программам данной образовательной организации. Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математики. Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела теории ортогональных систем функций по программе данной образовательной организации.
ПК-1	Обладать фундаментальными знаниями в области вещественного анализа, комплексного анализа, функционального анализа, дифференциальных уравнений	Знать: основные понятия и фундаментальные теоремы из области современного анализа, включая классы функций, различные виды метрик, различные ортогональные системы функций, различные виды сходимости рядов и последовательностей функций и условия их сходимости. Уметь: применять основные теоремы современного анализа для решения задач в области самой математики и естественнонаучных дисциплин. Владеть важнейшими методами современного анализа для применения в области своей научно-исследовательской деятельности.
ПК-2	Обладать способностью строго доказать математическое	Знать точные определения основных понятий и строгие формулировки

	утверждение, сформулировать и анализировать научный результат	основных теорем современного анализа. Уметь проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем современного анализа, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи. Владеть классическими методами доказательства основных принципов анализа и фундаментальных теорем современного анализа.
ПК-3	Обладать способностью оформлять в виде научной работы и публично представлять результаты научно-исследовательской работы	Знать формулировки основных теорем современного анализа, включая важнейшие результаты исследований по теории ортогональных систем функций. Уметь доказывать существенность или необходимость исходных условий исследуемых вопросов путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владеть достаточной информацией о современном уровне развития анализа в области научной работы или в разделах публично представляемых научных результатов.
ПК-4	Обладать способностью к организации научно-педагогической деятельности в области современного математического анализа и дифференциальных уравнений	Знать на достаточно высоком уровне курс современного анализа по программе данной образовательной организации. Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математического анализа. Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела современного математического анализа.

В результате изучения дисциплины обучающийся осваивает следующие компетенции:

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
универсальные	УК-2	<p>Знает: общие вопросы теории ортогональных систем функций, различные виды ортогональных систем, источники их получения.</p> <p>Умеет давать сравнительный анализ разных ортогональных систем функций, находить их сходственные черты, применять их в комплексных исследованиях, включая междисциплинарные исследования.</p> <p>Владеет навыками подбора подходящего веса или ортогональной системы для адекватного применения в комплексных исследованиях по математике или другим дисциплинам.</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>
	УК-3	<p>Знает на достаточно высоком уровне современные вопросы теории ортогональных систем функций.</p> <p>Умеет применять основные теоремы теории ортогональных систем в теории приближения, экстремальных задачах, теории интерполирования, квадратурных формулах.</p> <p>Владеет основными разделами и важнейшими методами теории ортогональных систем функций для возможности их применения при решении научных и научно-образовательных задач.</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>
общепрофессиональные	ОПК-1	<p>Знает фундаментальные свойства различных ортогональных систем и различных классов функций.</p> <p>Умеет давать оценки скорости сходимости ортогональных рядов в различных метриках для различных классов</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
		<p>функций, в частности, с использованием современных методов исследования, с использованием информационно-коммуникационных технологий.</p> <p>Владеет современными методами и навыками оценки скорости сходимости ортогональных рядов для различных классов функций.</p>	
	ОПК-2	<p>Знает на достаточно высоком уровне вопросы теории ортогональных систем функций по основным образовательным программам данной образовательной организации.</p> <p>Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математики.</p> <p>Владеет методикой изложения основного материала того или другого раздела теории ортогональных систем функций по программе данной образовательной организации.</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>
профессиональные	ПК-1	<p>Знает: основные понятия и фундаментальные теоремы из области современного анализа, включая классы функций, различные виды метрик, различные ортогональные системы функций, различные виды сходимости рядов и последовательностей функций и условия их сходимости.</p> <p>Умеет: применять основные теоремы современного анализа для решения задач в области самой математики и</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
		естественнонаучных дисциплин. Владеет важнейшими методами современного анализа для применения в области своей научно-исследовательской деятельности.	
	ПК-2	Знает точные определения основных понятий и строгие формулировки основных теорем современного анализа. Умеет проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем современного анализа, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи. Владеет классическими методами доказательства основных принципов анализа и фундаментальных теорем современного анализа.	Последовательное изучение тем по модулям 1, 2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю
	ПК-3	Знает формулировки основных теорем современного анализа, включая важнейшие результаты исследований по теории ортогональных систем функций. Умеет доказывать существование или необходимость исходных условий исследуемых вопросов путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владеет достаточной информацией о современном уровне развития анализа в области научной работы или в разделах публично	Последовательное изучение тем по модулям 1, 2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
		представляемых научных результатов.	
	ПК-4	Знает на достаточно высоком уровне курс современного анализа по программе данной образовательной организации. Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математического анализа. Владеет методикой изложения основного материала того или другого раздела современного математического анализа.	Последовательное изучение тем по модулям 1, 2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю

3. Место дисциплины в структуре ОПОП

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах, прохождении практик:

- Экстремальные задачи теории приближения
- Избранные вопросы теории интерполирования функций
- Педагогическая практика
- Научно-исследовательская деятельность
- Подготовка научно-квалификационной работы

Для освоения учебной дисциплины, обучающиеся должны владеть хорошими знаниями основ классических университетских курсов математического анализа, дифференциальных уравнений, комплексного анализа, функционального анализа, уравнений в частных производных и компетенциями: УК - 2,3; ОПК - 1,2; ПК – 1,2,3,4.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих за ней дисциплин:

- Научно-исследовательская деятельность
- Подготовка научно-квалификационной работы
- Подготовка к сдаче и сдаче государственного экзамена
- Представление научного доклада об основных результатах подготовленной научно-квалификационной работы

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часа.

4.2. Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
Модуль 1. Общая теория ортогональных систем								
Всего по модулю 1			2		2		32	коллоквиум
1. Источники получения и вопросы существования ортогональных систем			1		1		16	
2. Нули ортогональных многочленов			1		1		16	
Модуль 2. Классические ортогональные многочлены								
Всего по модулю 2			4		4		28	коллоквиум
1. Источники классических ортогональных многочленов			2		2		14	
2. Основные свойства классических ортогональных многочленов			2		2		14	
Модуль 3. Ряды Фурье по ортогональным многочленам								
Всего по модулю 3			2		4		30	коллоквиум
1. Разложение функции по классическим ортогональным многочленам			1		2		15	
2. Приложения ортогональных систем функций			1		2		15	
ИТОГО за семестр			8		10		90	зачет

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

ЛЕКЦИИ

Модуль 1. Общая теория ортогональных систем

Тема 1. Источники получения и вопросы существования ортогональных систем

Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Пучки квадратичных форм.

Самосопряженные дифференциальные операторы. Непрерывные дроби.

Задачи оптимизации.

Теорема существования ортогональных многочленов. Критерий ортогональности.

Тема 2. Нули ортогональных многочленов

Алгебраические свойства ортогональных многочленов.

Свойства нулей ортогональных многочленов.

Модуль 2. Классические ортогональные многочлены

Тема 3. Источники классических ортогональных многочленов

Классические весовые функции. Дифференциальные уравнения.

Формулы Родрига. Производящие функции.

Тема 4. Основные свойства классических ортогональных многочленов

Свойства нулей, их поведение. Оценки различных норм классических ортогональных многочленов.

Модуль 3. Ряды Фурье по ортогональным многочленам

Тема 5. Разложение функции по классическим ортогональным многочленам

Разложение функций по многочленам Чебышева, Чебышева - Лагерра и Чебышева - Эрмита.

Тема 6. Приложения ортогональных систем функций

Квадратурные формулы наивысшей степени точности по данной системе функций.

Основная теорема. Квадратурные формулы типа Гаусса.

Сходящиеся квадратурные процессы.

Квадратурные формулы и система функций Хаара.

ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ

Модуль 1. Общая теория ортогональных систем

Тема 1. Источники получения и вопросы существования ортогональных систем

Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Пучки квадратичных форм.

Самосопряженные дифференциальные операторы. Непрерывные дроби.

Задачи оптимизации.

Теорема существования ортогональных многочленов. Критерий ортогональности.

Тема 2. Нули ортогональных многочленов

Алгебраические свойства ортогональных многочленов.

Свойства нулей ортогональных многочленов.

Модуль 2. Классические ортогональные многочлены

Тема 3. Источники классических ортогональных многочленов

Дифференциальные уравнения. Формулы Родрига. Производящие функции.

Тема 4. Основные свойства классических ортогональных многочленов

Оценки различных норм классических ортогональных многочленов.

Модуль 3. Ряды Фурье по ортогональным многочленам

Тема 5. Разложение функции по классическим ортогональным многочленам

Разложение функций по многочленам Чебышева, Чебышева - Лагерра и Чебышева - Эрмита.

Тема 6. Приложения ортогональных систем функций

Квадратурные формулы типа Гаусса.

Сходящиеся квадратурные процессы.

5. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации обучающегося

Тематика заданий текущего контроля

Примерный перечень вопросов к коллоквиуму

1. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.
2. Теорема существования ортогональных многочленов.
3. Критерий ортогональности многочленов.
4. Алгебраические свойства ортогональных многочленов.
5. Свойства нулей ортогональных многочленов.
6. Классические весовые функции.
7. Дифференциальные уравнения.
8. Формулы Родрига.
9. Производящие функции.
10. Разложение функций по многочленам Чебышева.
11. Квадратурные формулы наивысшей степени точности по данной системе функций.
12. Квадратурные формулы типа Гаусса.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Основная литература

1. [Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа](#) - Москва: Физматлит, 2012

Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - 7-е изд. - Москва : Физматлит, 2012. - 573 с. - (Классический университетский учебник). - ISBN 978-5-9221-0266-7 ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563> (13.08.2018).

2. [Суетин П. К. Классические ортогональные многочлены](#) - Москва: Наука, 1979

Суетин, П.К. Классические ортогональные многочлены / П.К. Суетин. - Изд. 2-е, доп. - Москва : Наука, 1979. - 415 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464157> (13.08.2018).

3. Бейтмен Г. и Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Гипергеометрическая функция. Функции Лежандра / Бейтмен Г. и Эрдейи А. ; Пер. с англ. Н.Я. Виленкина. - М.: "Наука", 1965. - 294 с. : с черт. ; 22 см.

6.2. Дополнительная литература

1. [Натансон И. П. Конструктивная теория функций](#) - Москва , Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949

Натансон, И.П. Конструктивная теория функций / И.П. Натансон. - Москва ; Ленинград : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949. - 688 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=479695> (13.08.2018).

2. [Карлин С., Стадден В. Чебышевские системы и их применение в анализе и статистике](#) - Москва: Наука, 1976
Карлин, С. Чебышевские системы и их применение в анализе и статистике / С. Карлин, В. Стадден ; пер. с англ. под ред. С.М. Ермакова. - Москва : Наука, 1976. - 568 с.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459751> (13.08.2018).

3. Никишин, Е.М. Рациональные аппроксимации и ортогональность / Никишин, Евгений Михайлович, В. Н. Сорокин. - М. : Наука, 1966. - 254,[1] с. ; 21 см. - Библиогр.: с. 246-252 (173 назв.). - Пред. указ.: с. 253-255. - 3-20.

6.3. Программное обеспечение

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства:

- MatLab
- Mathcad
- Maple

6.4. Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer
4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ

6.5. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:

- 1) Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>(датаобращения:).
- 2) Электронный каталог НБ ДГУ[Электронный ресурс]: база данных содержит сведения о всех видах лит, поступающих в фонд НБ ДГУ/Дагестанский гос. ун-т. – Махачкала, 2010 – Режим доступа: <http://elib.dgu.ru>, свободный (дата обращения:).
- 3) <http://www.consultant.ru/> - КонсультантПлюс

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для проведения занятий в активной и интерактивной форме и самостоятельной работы аспирантов используются компьютеры с соответствующим программным обеспечением, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны, аудио и видео аппаратура.

8. Образовательные технологии

В соответствии с различными видами учебных занятий предусматриваются следующие образовательные технологии:

- традиционные и интерактивные лекции с дискурсивной практикой обучения;
- семинары и коллоквиумы, на которых обсуждаются основные проблемы, освещенные в лекциях и сформулированные в домашних заданиях;
- письменные и устные домашние задания, подготовка докладов и рефератов по программе самостоятельной работы;
- участие в научно-методологических семинарах, коллоквиумах и конференциях;
- консультации преподавателя;
- мастер-классы экспертов и специалистов;
- самостоятельная работа аспиранта, в которую входит освоение теоретического материала, подготовка к семинарским занятиям с использованием интернета и электронных библиотек.

