



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук
Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа



«Утверждаю»
Проректор по научной работе и
инновациям
Н.А. Ашурбеков

«*26*» *апреля* 2021 г.

Рабочая программа дисциплины

«Пространства Соболева»

по направлению подготовки: 01.06.01 – Математика и механика

Уровень образования:

Подготовка кадров высшей квалификации (аспирантура)

Квалификация (степень) выпускника:

«Исследователь. Преподаватель-исследователь»

Статус дисциплины: вариативная (по выбору)

Махачкала, 2021

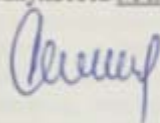
Рабочая программа дисциплины составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки **01.06.01 – Математика и механика**, квалификация выпускника: «Исследователь. Преподаватель-исследователь» от 30 июля 2014 г. №866.

Разработчики: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Сиражудинов М.М., д.ф.-м.н, профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры ДУ и ФА от 22.03.2021 г., протокол № 8
Зав. кафедрой СМ Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета М и КН от 27.04.2021г., протокол № 5.

Председатель _____ Бейбалаев В.Д.



Рабочая программа дисциплины согласована
с Управлением аспирантуры и докторантуры

«17» апреля 2021 г. ЭТ Рамазанова Э.Т.

Аннотация

Дисциплина относится к вариативной части блока I дисциплин (дисциплины по выбору). Изучение дисциплины определено направленностью программы аспирантуры «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Дисциплина реализуется кафедрой «Дифференциальные уравнения и функциональный анализ».

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с теорией пространств Соболева и ее приложений в различных областях математики и естественнонаучных дисциплин.

Цель дисциплины – формирование у аспирантов углубленных профессиональных знаний в области теории дифференциальных операторов.

Дисциплина нацелена на формирование компетенций выпускника аспирантуры: УК-2, УК-3, ОПК-1, ОПК-2, ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-4.

1. Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям обучающегося в аспирантуре по направлению подготовки кадров высшей квалификации и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, и обучающихся направления подготовки 01.06.01 Математика и механика, изучающих дисциплину усреднение дифференциальных операторов.

Программа разработана в соответствии с:

- Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.06.01 – Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденным приказом Минобрнауки РФ от 30 июля 2014 г. № 866;
- Образовательной программой 01.06.01 Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации);
- Учебным планом университета по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика, утвержденным в 2019 г.

Форма промежуточной аттестации – зачет. Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 ЗЕ, 108 часа. Программой дисциплины предусмотрены лекционные занятия – 8 часов, лабораторные – 10 часов, самостоятельная работа – 90 часа.

Объем дисциплины 3 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семестр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации (зачет)	
	в том числе:								
	всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем							СРС, в том числе экзамен
		всего	из них						
Лекции			Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации			
3к	108	18	8	10			90	зачет	

Цели и задачи освоения дисциплины:

Цель дисциплины – формирование у аспирантов углубленных профессиональных знаний в области теории дифференциальных уравнений.

Задачи дисциплины:

Знать фундаментальные понятия, связанные с пространствами Соболева, в частности, обобщенные производные и разнообразные их свойства;

Уметь находить обобщенные производные, оценивать нормы в этих пространствах;

Владеть основными методами решения краевых задач математической физики через обобщенные функции.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре

В результате освоения программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине (модулю):

<i>Коды компетенции</i>	<i>Результаты освоения ОПОП Содержание компетенций</i>	<i>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине</i>
УК-2	Обладать способностью проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области истории и философии науки	Знание общих вопросов теории пространств Соболева. Умение давать сравнительный анализ свойств пространств Соболева, с классическими пространствами гладких функций, находить их сходственные черты, применять их в комплексных исследованиях, включая междисциплинарные исследования. Владение навыками подбора подходящих пространств Соболева для адекватного применения в комплексных исследованиях по математике или другим дисциплинам.
УК-3	Обладать готовностью участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач	Знание на достаточно высоком уровне современными вопросами теории пространств Соболева. Умение применять основные теоремы теории пространств Соболева в прикладных задачах. Владение основными разделами и важнейшими методами теории пространств Соболева для возможности их применения при решении научных и научно-образовательных задач.
ОПК-1	Обладать способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных	Знание фундаментальных свойств различных пространств Соболева. Умение сравнивать различные пространства Соболева, в частности, с использованием современных методов исследования, с использованием информационно-

	методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	коммуникационных технологий. Владение современными методами и навыками теории пространств Соболева.
ОПК-2	Обладать готовностью к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования	Знание на достаточно высоком уровне вопросов теории пространств Соболева по основным образовательным программам данной образовательной организации. Умение оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математики. Владение методикой изложения основного материала того или другого раздела теории пространств Соболева по программе данной образовательной организации.
ПК-1	Обладать фундаментальными знаниями в области вещественного анализа, комплексного анализа, функционального анализа, дифференциальных уравнений	Знание основных понятий и формулировок основных теорем из области современного анализа, включая различные свойства пространств Соболева. Умение применять основные теоремы современного анализа для решения задач в области самой математики и естественнонаучных дисциплин. Владение важнейшими методами современного анализа для применения в области своей научно-исследовательской деятельности.
ПК-2	Обладать способностью строго доказать математическое утверждение, сформулировать и анализировать научный результат	Знание точных определений базовых понятий и формулировок основных теорем современного анализа. Умение проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем современного анализа, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи. Владение классическими методами доказательств основных принципов анализа и важнейших теорем современного анализа.
ПК-3	Обладать способностью оформлять в виде научной работы и публично представлять результаты научно-исследовательской работы	Знание формулировок основных теорем современного анализа, включая важнейшие результаты исследований по теории пространств Соболева. Умение доказывать существование или необходимость

		исходных условий исследуемых вопросов путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владение достаточной информацией о современном уровне развития анализа в области научной работы или в разделах публично представляемых научных результатов.
ПК-4	Обладать способностью к организации научно-педагогической деятельности в области современного математического анализа и дифференциальных уравнений	Знание на достаточно высоком уровне курса современного анализа по программе данной образовательной организации. Умение оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики дифференциальных уравнений. Владение методикой изложения основного материала того или иного раздела современного анализа.

В результате изучения дисциплины обучающийся осваивает следующие компетенции:

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
универсальные	УК-2	Знание общих вопросов теории пространств Соболева. Умение давать сравнительный анализ свойств пространств Соболева, с классическими пространствами гладких функций, находить их сходственные черты, применять их в комплексных исследованиях, включая междисциплинарные исследования. Владение навыками подбора подходящих пространств Соболева для адекватного применения в комплексных исследованиях по математике или другим дисциплинам.	Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
	УК-3	Знание на достаточно высоком уровне современными вопросами теории пространств Соболева. Умение применять основные теоремы теории пространств Соболева в прикладных задачах. Владение основными разделами и важнейшими методами теории пространств Соболева для возможности их применения при решении научных и научно-образовательных задач.	Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю
общефессиональные	ОПК-1	Знание фундаментальных свойств различных пространств Соболева. Умение сравнивать различные пространства Соболева, в частности, с использованием современных методов исследования, с использованием информационно-коммуникационных технологий. Владение современными методами и навыками теории пространств Соболева.	Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю
	ОПК-2	Знание на достаточно высоком уровне вопросов теории пространств Соболева по основным образовательным программам данной образовательной организации. Умение оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математики. Владение методикой изложения основного материала того или другого	Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
		раздела теории пространств Соболева по программе данной образовательной организации.	
профессиональные	ПК-1	Знание основных понятий и формулировок основных теорем из области современного анализа, включая различные свойства пространств Соболева. Умение применять основные теоремы современного анализа для решения задач в области самой математики и естественнонаучных дисциплин. Владение важнейшими методами современного анализа для применения в области своей научно-исследовательской деятельности.	Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю
	ПК-2	Знание точных определений базовых понятий и формулировок основных теорем современного анализа. Умение проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем современного анализа, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи. Владение классическими методами доказательств основных принципов анализа и важнейших теорем современного анализа.	Последовательное изучение тем по модулям 1, 2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю
	ПК-3	Знание формулировок основных теорем современного анализа, включая важнейшие результаты исследований по теории пространств Соболева. Умение доказывать	Последовательное изучение тем по модулям 1, 2 и 3 в сочетании со сдачей

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
		существенность или необходимость исходных условий исследуемых вопросов путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владение достаточной информацией о современном уровне развития анализа в области научной работы или в разделах публично представляемых научных результатов.	коллоквиумов по каждому модулю
	ПК-4	Знание на достаточно высоком уровне курса современного анализа по программе данной образовательной организации. Умение оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики дифференциальных уравнений. Владение методикой изложения основного материала того или иного раздела современного анализа.	Последовательное изучение тем по модулям 1, 2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю

3. Место дисциплины в структуре ОПОП

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах, прохождении практик:

- Современные проблемы математики
- Педагогическая практика
- Научно-исследовательская деятельность
- Подготовка научно-квалификационной работы

Для освоения учебной дисциплины, обучающиеся должны владеть хорошими знаниями основ классических университетских курсов математического анализа, дифференциальных

уравнений, комплексного анализа, функционального анализа, уравнений в частных производных и компетенциями: УК - 2,3; ОПК - 1,2; ПК – 1,2,3,4.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих за ней дисциплин:

- Научно-исследовательская деятельность
- Подготовка научно-квалификационной работы
- Подготовка к сдаче и сдаче государственного экзамена
- Представление научного доклада об основных результатах подготовленной научно-квалификационной работы

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часа.

4.2. Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
Модуль 1. Обобщенные функции								
1. Обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций			2		2		12	
2. Производные в смысле Соболева			2		3		15	
Всего по модулю 1	36		4		5		27	
Модуль 2. Пространства Соболева								
3. Усреднение функций. Неравенства Фридрихса и Пуанкаре			2		2		12	
4. Теоремы вложения. След функции			2		3		15	
Всего по модулю 2	36		4		5		27	Контрольная работа
Модуль 3. Промежуточная аттестация								
Зачет	36						36	Зачет
Итого за семестр	108		8		10			

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине.

Модули 1 и 2.

Тема №1. Обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций.

Тема № 2. Производные в смысле Соболева.

Тема № 3. Усреднение функций. Неравенства Фридрихса и Пуанкаре

Тема №4. Теоремы вложения. След функции.

4.3.2. Содержание лабораторных занятий по дисциплине.

Модули 1 и 2.

Тема №1. Обобщенные функции.

Тема № 2. Дифференцирование обобщенных функций.

Тема № 3. Производные в смысле Соболева.

Тема № 4. Усреднение функций.

Тема №4. Теоремы вложения.

5. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации обучающегося

Тематика заданий текущего контроля

Примерный перечень вопросов к коллоквиуму

1. Основные и обобщенные функции. Функция Дирака.
2. Регулярные и сингулярные обобщенные функции.
3. Обобщенные производные. Примеры.
4. Производные в смысле Соболева.
5. Свойства производных в смысле Соболева.
6. Ядро усреднения. Усреднение функции.
7. Свойства усредненных функций.
8. Линейные функционалы над пространством Лебега L_p .
9. Достаточное условие существования производной в смысле Соболева от произведения функций.
10. Определение пространства Соболева.
11. След элемента из пространства Соболева.
12. Теоремы вложения.
13. Неравенство Фридрихса.
14. Неравенство Пуанкаре.
15. Эквивалентные нормы в пространствах Соболева.
16. Эквивалентная норма для одного пространства Соболева над полем \mathbb{R} с комплекснозначными элементами.
17. Лемма Лакса-Мильграма.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература

1. Владимиров, Василий Сергеевич.

Уравнения математической физики : [учеб. для вузов] / Владимиров, Василий Сергеевич ; В.В.Жаринов. - 2-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2003. - 398,[1] с. : ил. ; 22 см. - Библиогр.: с. 399. - Рекомендовано МО РФ. - ISBN 5-9221-0310-5 : 132-00.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

2. Сборник задач по уравнениям математической физики / [В.С.Владимиров, А.А.Вашарин, Х.Х.Каримова и др.]; под ред. В.С.Владимирова. - 4-е изд., стер. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003, 1982. - 287 с. - ISBN 5-9221-0309-1 : 146-19.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
3. Шубин, Михаил Александрович.
Лекции об уравнениях математической физики / Шубин, Михаил Александрович. - 2-е изд., испр. - М. : Изд-во Моск. центра непрерыв. мат. образования, 2003, 2001. - 302 с. ; 22 см. - (Современные лекционные курсы). - Библиогр.: с.294-297. - ISBN 5-9009-97-9 : 147-00.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
4. Пичугин Б.Ю. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: курс лекций/ Пичугин Б.Ю., Пичугина А.Н.— Электрон. текстовые данные.— Омск: Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, 2016.— 180 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/59669.html> .— ЭБС «IPRbooks»

б) дополнительная литература

1. Свешников, Алексей Георгиевич.
Лекции по математической физике : учеб. пособие / Свешников, Алексей Георгиевич, А. Н. Боголюбов, В. В. Кравцов ; Моск. гос. ун-т им. М.В.Ломоносова. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : Изд-во Моск. ун-та: Наука, 2004. - 413,[1] с. : ил. ; 22 см. - (Классический университетский учебник/ ред. совет: В.А.Садовничий (пред.) и др.). - Библиогр.: с. 410. - Допущено МО РФ. - ISBN 5-21104899-7 : 231-42.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
2. Тихонов, Андрей Николаевич.
Уравнения математической физики : [учеб. пособие для вузов] / Тихонов, Андрей Николаевич, А. А. Самарский. - 5-е изд., стер. - М. : Наука, 1977, 1972. - 735 с. : граф. ; 22 см. - 1-80. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
3. Агошков, Валерий Иванович.
Методы решения задач математической физики : Учеб. пособие / Агошков, Валерий Иванович ; П.Б.Дубовский, В.П.Шутяев; Под ред. Г.И.Марчука. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 320 с. - ISBN 5-9221-0257-5 : 0-0.Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
4. Павленко А.Н. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Павленко А.Н., Пихтилькова О.А.— Электрон. текстовые данные.— Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2013.— 100 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/30134.html> .— ЭБС «IPRbooks»

6.3. Программное обеспечение

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства:

- MatLab
- Mathcad
- Maple

6.4. Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer

4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ

6.5. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»,
необходимых для освоения дисциплины:

- 1) Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>(датаобращения:).
- 2) Электронный каталог НБ ДГУ[Электронный ресурс]: база данных содержит сведения о всех видах лит, поступающих в фонд НБ ДГУ/Дагестанский гос. ун-т. – Махачкала, 2010 – Режим доступа: <http://elib.dgu.ru>, свободный (дата обращения:).
- 3) <http://www.consultant.ru/> - КонсультантПлюс

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для проведения занятий в активной и интерактивной форме и самостоятельной работы аспирантов используются компьютеры с соответствующим программным обеспечением, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны, аудио и видео аппаратура.

8. Образовательные технологии

В соответствии с различными видами учебных занятий предусматриваются следующие образовательные технологии:

- традиционные и интерактивные лекции с дискурсивной практикой обучения;
- семинары и коллоквиумы, на которых обсуждаются основные проблемы, освещенные в лекциях и сформулированные в домашних заданиях;
- письменные и устные домашние задания, подготовка докладов и рефератов по программе самостоятельной работы;
- участие в научно-методологических семинарах, коллоквиумах и конференциях;
- консультации преподавателя;
- мастер-классы экспертов и специалистов;
- самостоятельная работа аспиранта, в которую входит освоение теоретического материала, подготовка к семинарским занятиям с использованием интернета и электронных библиотек.