



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук
Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа



«Утверждаю»
Проректор по научной работе и
инновациям

Н.А. Ашурбеков

«27» апреля 2021 г.

Рабочая программа дисциплины
«Специальные функции математической физики»
по направлению подготовки: 01.06.01 – Математика и механика

Уровень образования:
Подготовка кадров высшей квалификации (аспирантура)

Квалификация (степень) выпускника:
«Исследователь. Преподаватель-исследователь»

Статус дисциплины: вариативная (по выбору)

Махачкала, 2021

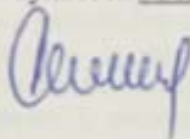
Рабочая программа дисциплины составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки **01.06.01 – Математика и механика**, квалификация выпускника: «Исследователь. Преподаватель-исследователь» от 30 июля 2014 г. №866.

Разработчики: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Сиражудинов М.М., д.ф.-м.н, профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры ДУ и ФА от 22.03.2021 г., протокол № 8
Зав. кафедрой СА Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета М и КН от 27.04.2021г., протокол № 5.

Председатель _____ Бейбалаев В.Д.



Рабочая программа дисциплины согласована
с Управлением аспирантуры и докторантуры

«27» апреля 2021 г. Э.Т. Рамзанова Рамзанова Э.Т.

Аннотация

Дисциплина относится к вариативной части блока I дисциплин (дисциплины по выбору). Изучение дисциплины определено направленностью программы аспирантуры «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Дисциплина реализуется кафедрой «Дифференциальные уравнения и функциональный анализ».

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с теорией специальных функций математической физики и их приложений в различных областях математики и естественнонаучных дисциплин.

Цель дисциплины – формирование у аспирантов углубленных профессиональных знаний в области теории дифференциальных операторов.

Дисциплина нацелена на формирование компетенций выпускника аспирантуры: УК-2, УК-3, ОПК-1, ОПК-2, ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-4.

1. Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям обучающегося в аспирантуре по направлению подготовки кадров высшей квалификации и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, и обучающихся направления подготовки 01.06.01 Математика и механика, изучающих дисциплину усреднение дифференциальных операторов.

Программа разработана в соответствии с:

- Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.06.01 – Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденным приказом Минобрнауки РФ от 30 июля 2014 г. № 866;
- Образовательной программой 01.06.01 Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации);
- Учебным планом университета по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика, утвержденным в 2018 г.

Форма промежуточной аттестации – зачет. Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 ЗЕ, 108 часа. Программой дисциплины предусмотрены лекционные занятия – 8 часов, лабораторные – 10 часов, самостоятельная работа – 90 часа.

Объем дисциплины 3 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семестр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации (зачет)
	в том числе:							
	всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем					СРС, в том числе экзамен	
		всего	из них					
Лекции	Лабораторные занятия		Практические занятия	КСР	консультации			
3к	108	18	8	10			90	зачет

Цели и задачи освоения дисциплины:

Цель дисциплины – формирование у аспирантов углубленных профессиональных знаний в области теории дифференциальных уравнений.

Задачи дисциплины:

Знать фундаментальные понятия, связанные со специальными функциями математической физики;

Уметь различать свойства различных специальных функций, адекватно применять их в краевых задачах теории дифференциальных уравнений;

владеть основными методами решения краевых задач на применение специальных функций.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре

В результате освоения программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине (модулю):

<i>Коды компетенции</i>	<i>Результаты освоения ОПОП Содержание компетенций</i>	<i>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине</i>
УК-2	Обладать способностью проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области истории и философии науки	Знание общих вопросов теории специальных функций математической физики. Умение давать сравнительный анализ разных специальных функций математической физики, находить их сходственные черты, применять их в комплексных исследованиях, включая междисциплинарные исследования. Владение навыками подбора подходящих специальных функций математической физики для адекватного применения в комплексных исследованиях по математике или другим дисциплинам.
УК-3	Обладать готовностью участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач	Знание на достаточно высоком уровне современными вопросами теории специальных функций математической физики. Умение применять основные теоремы теории специальных функций математической физики в прикладных задачах. Владение основными разделами и важнейшими методами теории специальных функций математической физики для возможности их применения при решении научных и научно-образовательных задач.

ОПК-1	Обладать способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	Знание фундаментальных свойств различных специальных функций математической физики. Умение сравнивать различные специальные функции математической физики, в частности, с использованием современных методов исследования, с использованием информационно-коммуникационных технологий. Владение современными методами и навыками теории специальных функций математической физики.
ОПК-2	Обладать готовностью к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования	Знание на достаточно высоком уровне вопросов теории специальных функций математической физики по основным образовательным программам данной образовательной организации. Умение оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математики. Владение методикой изложения основного материала того или другого раздела теории специальных функций математической физики по программе данной образовательной организации.
ПК-1	Обладать фундаментальными знаниями в области вещественного анализа, комплексного анализа, функционального анализа, дифференциальных уравнений	Знание основных понятий и формулировок основных теорем из области современного анализа, включая различные виды метрик, различные аппараты приближения, различные виды сходимости последовательностей функций и условия их сходимости. Умение применять основные теоремы современного анализа для решения задач в области самой математики и естественнонаучных дисциплин. Владение важнейшими методами современного анализа для применения в области своей научно-исследовательской деятельности.
ПК-2	Обладать способностью строго доказать математическое утверждение, сформулировать и анализировать научный результат	Знание точных определений основных понятий и формулировок основных теорем современного анализа. Умение проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем современного анализа, строго соблюдая при этом причинно-

		следственные связи. Владение классическими методами доказательств основных принципов анализа и важнейших теорем современного анализа.
ПК-3	Обладать способностью оформлять в виде научной работы и публично представлять результаты научно-исследовательской работы	Знание формулировок основных теорем современного анализа, включая важнейшие результаты исследований по теории специальных функций математической физики. Умение доказывать существенность или необходимость исходных условий исследуемых вопросов путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владение достаточной информацией о современном уровне развития анализа в области научной работы или в разделах публично представляемых научных результатов.
ПК-4	Обладать способностью к организации научно-педагогической деятельности в области современного математического анализа и дифференциальных уравнений	Знание на достаточно высоком уровне курса современного анализа по программе данной образовательной организации. Умение оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики дифференциальных уравнений. Владение методикой изложения основного материала того или иного раздела современного анализа.

В результате изучения дисциплины обучающийся осваивает следующие компетенции:

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
универсальные	УК-2	Знание общих вопросов теории специальных функций математической физики. Умение давать сравнительный анализ разных специальных функций математической физики, находить их	Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
		сходственные черты, применять их в комплексных исследованиях, включая междисциплинарные исследования. Владение навыками подбора подходящих специальных функций математической физики для адекватного применения в комплексных исследованиях по математике или другим дисциплинам.	
	УК-3	Знание на достаточно высоком уровне современными вопросами теории специальных функций математической физики. Умение применять основные теоремы теории специальных функций математической физики в прикладных задачах. Владение основными разделами и важнейшими методами теории специальных функций математической физики для возможности их применения при решении научных и научно-образовательных задач.	Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю
общепрофессиональные	ОПК-1	Знание фундаментальных свойств различных специальных функций математической физики. Умение сравнивать различные специальные функции математической физики, в частности, с использованием современных методов исследования, с использованием информационно-коммуникационных технологий. Владение современными методами и	Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
		навыками теории специальных функций математической физики.	
	ОПК-2	Знание на достаточно высоком уровне вопросов теории специальных функций математической физики по основным образовательным программам данной образовательной организации. Умение оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математики. Владение методикой изложения основного материала того или другого раздела теории специальных функций математической физики по программе данной образовательной организации.	Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю
профессиональные	ПК-1	Знание основных понятий и формулировок основных теорем из области современного анализа, включая различные виды метрик, различные аппараты приближения, различные виды сходимости последовательностей функций и условия их сходимости. Умение применять основные теоремы современного анализа для решения задач в области самой математики и естественнонаучных дисциплин. Владение важнейшими методами современного анализа для применения в области своей научно-	Последовательное изучение тем по модулям 1,2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
		исследовательской деятельности.	
	ПК-2	Знание точных определений основных понятий и формулировок основных теорем современного анализа. Умение проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем современного анализа, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи. Владение классическими методами доказательств основных принципов анализа и важнейших теорем современного анализа.	Последовательное изучение тем по модулям 1, 2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю
	ПК-3	Знание формулировок основных теорем современного анализа, включая важнейшие результаты исследований по теории специальных функций математической физики. Умение доказывать существование или необходимость исходных условий исследуемых вопросов путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владение достаточной информацией о современном уровне развития анализа в области научной работы или в разделах публично представляемых научных результатов.	Последовательное изучение тем по модулям 1, 2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю
	ПК-4	Знание на достаточно высоком уровне курса современного анализа по программе данной	Последовательное изучение тем

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
		образовательной организации. Умение оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики дифференциальных уравнений. Владение методикой изложения основного материала того или иного раздела современного анализа.	по модулям 1, 2 и 3 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю

3. Место дисциплины в структуре ОПОП

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах, прохождении практик:

- Современные проблемы математики
- Педагогическая практика
- Научно-исследовательская деятельность
- Подготовка научно-квалификационной работы

Для освоения учебной дисциплины, обучающиеся должны владеть хорошими знаниями основ классических университетских курсов математического анализа, дифференциальных уравнений, комплексного анализа, функционального анализа, уравнений в частных производных и компетенциями: УК - 2,3; ОПК - 1,2; ПК – 1,2,3,4.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих за ней дисциплин:

- Научно-исследовательская деятельность
- Подготовка научно-квалификационной работы
- Подготовка к сдаче и сдаче государственного экзамена
- Представление научного доклада об основных результатах подготовленной научно-квалификационной работы
-

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часа.

4.2. Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	лабор. работы	практ занятия.	Контр. сам.		
Модуль 1. Полиномы Лежандра								
1. Уравнение Бесселя и функции Бесселя и Ханкеля.			2	2			12	коллоквиум
2. Полиномы Лежандра и ортогональные многочлены			2	3			12	Контрольная работа
Всего по модулю 1	36		4	5			27	
Модуль 2. Сферические функции								
1. Сферические функции			2	2			10	коллоквиум
2. Гамма - функции и Бета - функции.			2	3			12	Контрольная работа
Всего по модулю 2	36		4	5			27	
Модуль 3. Промежуточная аттестация								
Зачет	36						36	Зачет
ИТОГО за семестр	108		8	16			90	

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине.

Модуль 1. Полиномы Лежандра

Тема №1. Обзор основных задач математической физики, проводящих к специальным функциям. Анализ метода решения смешанной задачи колебания конечной струны, задачи колебания прямоугольной и круглой мембраны. Общая схема метода Фурье; Понятие о спектре оператора. Характер спектра. Спектры операторов возникающих при решении задачи Штурма- Лиувилля. Свойства собственных функций. Тригонометрическая система функций и её основные свойства (ортогональность, полнота и замкнутость, неравенство и тождество Бесселя); Тригонометрический ряд Фурье, проблемы сходимости. Тема № 2. Уравнение Бесселя и функции Бесселя и Ханкеля. Уравнение Бесселя и его частные случаи. Функции Бесселя как решение уравнения Бесселя и их свойства. Функции Ханкеля и Бесселя. Полиномы Лежандра и ортогональные многочлены. Дифференциальное уравнение Лежандра и его решение. Свойства полиномов Лежандра. Многочлены Чебышева-Эрмита, Чебышева –Лагерра и Якоби.

Модуль 2. Сферические функции

Тема № 3. Сферические функции и их основные свойства.

Тема №4. Гамма - функция вещественного, комплексного аргумента и их свойства. Бета - функция, ее основные свойства и связь с гамма - функцией.

4.3.2. Содержание лабораторных занятий по дисциплине.

Тема №1. Обзор основных задач математической физики, проводящих к специальным функциям

Тема №2. Классическая ортогональная система тригонометрических функций

Тема № 3. Уравнение Бесселя, функции Бесселя и Ханкеля

Тема № 4. Полиномы Лежандра и ортогональные многочлены

Тема №5. Сферические функции

Тема №6. Гамма - функции и Бета - функции

Тема № 7. Различные способы, порождающие специальные функции.

5. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации обучающегося

Тематика заданий текущего контроля

Примерный перечень вопросов к коллоквиуму

1. Анализ метода решения смешанной задачи колебания конечной струны
2. Задачи колебания прямоугольной и круглой мембраны
3. Общая схема метода Фурье
4. Понятие о спектре операторов. Характер спектра. Спектры операторов возникающих при решении задачи Штурма- Лиувилля. Свойства собственных функций
5. Тригонометрическая система функций и её основные свойства (ортогональность, полнота и замкнутость, неравенство и тождество Бесселя)
6. Тригонометрический ряд Фурье, проблемы сходимости.
7. Классическая ортогональная система тригонометрических функций
8. Уравнение Бесселя и функции Бесселя и Ханкеля.
9. Уравнение Бесселя и его частные случаи.
10. Функции Бесселя как решение уравнения Бесселя и их свойства.
11. Функции Ханкеля и Бесселя.
12. Полиномы Лежандра и ортогональные многочлены, дифференциальное уравнение Лежандра и его решение
13. Свойства полиномов Лежандра
14. Многочлены Чебышева-Эрмита, Чебышева –Лагерра и Якоби.
15. Гамма-функции и Бета-функции.
16. Гамма-функции вещественного комплексного аргумента и их свойства.
17. Бета-функции и ее основные свойства и связь с гамма-функцией

18. Сферические функции. Сферические функции и их основные свойства
19. Различные способы, порождающие специальные функции
20. Основные классы спецфункций.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература

1. Дунаев А.С. Специальные функции [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.С. Дунаев, В.И. Шлычков. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2015. — 938 с. — 978-5-7996-1523-9. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/66596.html> (29.05.2018).
2. Методы математической физики и специальные функции : [Учеб. пособия для втузов] / В. Я. Арсенин. - М. : "Наука", 1984, 1974. - 431 с. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
3. Де Брёйн Н. Г., Асимптотические методы в анализе / Де Брёйн Н. Г. - Москва : Издательство иностранной литературы, 1961. - 247 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464100> (29.05.2018).
4. Бейтмен Г. и Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Гипергеометрическая функция. Функции Лежандра / Бейтмен Г. и Эрдейи А. ; Пер. с англ. Н.Я. Виленкина. - М. : "Наука", 1965. - 294 с. : с черт. ; 22 см. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

Дополнительная литература

5. Холодова С.Е. Специальные функции в задачах математической физики [Электронный ресурс] / С.Е. Холодова, С.И. Перегудин. — Электрон. текстовые данные. — СПб. : Университет ИТМО, 2012. — 71 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68147.html> (29.05.2018).
6. Высшая математика. Том 6. Специальные функции. Основные задачи математической физики. Основы линейного программирования [Электронный ресурс] : учебник / Господариков А.П. [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — СПб. : Санкт-Петербургский горный университет, 2015. — 122 с. — 978-5-94211-720-7. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71692.html> (29.05.2018).

6.3. Программное обеспечение

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства:

- MatLab
- Mathcad
- Maple

6.4. Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека

2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer
4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ

6.5. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:

- 1) Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>(датаобращения:).
- 2) Электронный каталог НБ ДГУ[Электронный ресурс]: база данных содержит сведения о всех видах лит, поступающих в фонд НБ ДГУ/Дагестанский гос. ун-т. – Махачкала, 2010 – Режим доступа: <http://elib.dgu.ru>, свободный (дата обращения:).
- 3) <http://www.consultant.ru/> - КонсультантПлюс

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для проведения занятий в активной и интерактивной форме и самостоятельной работы аспирантов используются компьютеры с соответствующим программным обеспечением, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны, аудио и видео аппаратура.

8. Образовательные технологии

В соответствии с различными видами учебных занятий предусматриваются следующие образовательные технологии:

- традиционные и интерактивные лекции с дискурсивной практикой обучения;
- семинары и коллоквиумы, на которых обсуждаются основные проблемы, освещенные в лекциях и сформулированные в домашних заданиях;
- письменные и устные домашние задания, подготовка докладов и рефератов по программе самостоятельной работы;
- участие в научно-методологических семинарах, коллоквиумах и конференциях;
- консультации преподавателя;
- мастер-классы экспертов и специалистов;
- самостоятельная работа аспиранта, в которую входит освоение теоретического материала, подготовка к семинарским занятиям с использованием интернета и электронных библиотек.