



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
*Факультет математики и компьютерных наук*  
*Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа*



«Утверждаю»  
Проректор по научной работе и  
инновациям  
Н.А. Ашурбеков

«*10*» *апреля* 2021 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**«Усреднение дифференциальных операторов»**

**по направлению подготовки: 01.06.01 – Математика и механика**

Уровень образования:

Подготовка кадров высшей квалификации (аспирантура)

Квалификация (степень) выпускника:

«Исследователь. Преподаватель-исследователь»


Статус дисциплины: вариативная (по выбору)

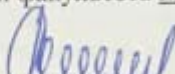
Махачкала, 2021



Рабочая программа дисциплины составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки **01.06.01 – Математика и механика**, квалификация выпускника: «Исследователь. Преподаватель-исследователь» от 30 июля 2014 г. №866.

Разработчики: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Сиражудинов М.М., д.ф.-м.н, профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:  
на заседании кафедры ДУ и ФА от 22.03.2021 г., протокол № 8  
Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета М и КН от 27.04.2021г.,  
протокол № 5.  
Председатель — Бейбалаев В.Д. 

Рабочая программа дисциплины согласована  
с Управлением аспирантуры и докторантуры

«27» апреля 2021 г.  Рамазанова Э.Т.

## Аннотация

Дисциплина относится к вариативной части блока I дисциплин (дисциплины по выбору). Изучение дисциплины определено направленностью программы аспирантуры «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Дисциплина реализуется кафедрой «Дифференциальные уравнения и функциональный анализ».

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с теорией усреднения дифференциальных операторов и ее приложений в различных областях математики и естественнонаучных дисциплин.

Цель дисциплины – формирование у аспирантов углубленных профессиональных знаний в области теории дифференциальных операторов.

Дисциплина нацелена на формирование компетенций выпускника аспирантуры: УК-2, УК-3, ОПК-1, ОПК-2, ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-4.

### 1. Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям обучающегося в аспирантуре по направлению подготовки кадров высшей квалификации и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, и обучающихся направления подготовки 01.06.01 Математика и механика, изучающих дисциплину усреднение дифференциальных операторов.

Программа разработана в соответствии с:

- Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.06.01 – Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденным приказом Минобрнауки РФ от 30 июля 2014 г. № 866;
- Образовательной программой 01.06.01 Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации);
- Учебным планом университета по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика, утвержденным в 2019 г.

Форма промежуточной аттестации – зачет. Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 2 ЗЕ, 72 часа. Программой дисциплины предусмотрены лекционные занятия – 12 часов, лабораторные – 6 часов, самостоятельная работа – 54 часа.

Объем дисциплины 2 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семестр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации (зачет)
	в том числе:							
	всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем					СРС, в том числе экзамен	
		всего	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР		
3к	72	18	12	6			54	зачет

## Цели и задачи освоения дисциплины:

Цель дисциплины – формирование у аспирантов углубленных профессиональных знаний в области теории дифференциальных уравнений.

Задачи дисциплины:

*Знать* фундаментальные понятия, связанные с усреднением дифференциальных операторов, а также их приложения;

*Уметь* усреднять различные дифференциальные операторы;

*владеть* основными методами теории дифференциальных операторов.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре

В результате освоения программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине (модулю):

<b>Коды компетенции</b>	<b>Результаты освоения ОПОП Содержание компетенций</b>	<b>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине</b>
УК-2	Обладать способностью проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области истории и философии науки	Знание общих вопросов теории усреднения дифференциальных операторов. Умение давать сравнительный анализ разных метрик и разных аппаратов приближения, находить их сходственные черты, применять их в комплексных исследованиях, включая междисциплинарные исследования. Владение навыками подбора подходящего вида метрики или аппарата приближения для адекватного применения в комплексных исследованиях по математике или другим дисциплинам.
УК-3	Обладать готовностью участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач	Знание на достаточно высоком уровне современными вопросами теории усреднения дифференциальных операторов. Умение применять основные теоремы теории усреднения в прикладных задачах. Владение основными разделами и важнейшими методами теории усреднения для возможности их применения при решении научных и научно-образовательных задач.
ОПК-1	Обладать способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в	Знание фундаментальных свойств различных метрик на множестве дифференциальных операторов.

	соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	Умение сравнивать различные метрики на множестве дифференциальных операторов, в частности, с использованием современных методов исследования, с использованием информационно-коммуникационных технологий. Владение современными методами и навыками теории усреднения.
ОПК-2	Обладать готовностью к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования	Знание на достаточно высоком уровне вопросы теории усреднения по основным образовательным программам данной образовательной организации. Умение оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математики. Владение методикой изложения основного материала того или другого раздела теории усреднения по программе данной образовательной организации.
ПК-1	Обладать фундаментальными знаниями в области вещественного анализа, комплексного анализа, функционального анализа, дифференциальных уравнений	Знание основных понятий и формулировок основных теорем из области современного анализа, включая различные виды метрик, различные аппараты приближения, различные виды сходимости последовательностей функций и условия их сходимости. Умение применять основные теоремы современного анализа для решения задач в области самой математики и естественнонаучных дисциплин. Владение важнейшими методами современного анализа для применения в области своей научно-исследовательской деятельности.
ПК-2	Обладать способностью строго доказать математическое утверждение, сформулировать и анализировать научный результат	Знание точных определений основных понятий и формулировок основных теорем современного анализа. Умение проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем современного анализа, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи. Владение классическими методами доказательств основных принципов анализа и важнейших теорем

		современного анализа.
ПК-3	Обладать способностью оформлять в виде научной работы и публично представлять результаты научно-исследовательской работы	Знание формулировок основных теорем современного анализа, включая важнейшие результаты исследований по теории усреднения. Умение доказывать существенность или необходимость исходных условий исследуемых вопросов путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владение достаточной информацией о современном уровне развития анализа в области научной работы или в разделах публично представляемых научных результатов.
ПК-4	Обладать способностью к организации научно-педагогической деятельности в области современного математического анализа и дифференциальных уравнений	Знание на достаточно высоком уровне курса современного анализа по программе данной образовательной организации. Умение оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики дифференциальных уравнений. Владение методикой изложения основного материала того или другого раздела современного анализа.

В результате изучения дисциплины обучающийся осваивает следующие компетенции:

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
универсальные	УК-2	Знание общих вопросов теории усреднения дифференциальных операторов. Умение давать сравнительный анализ разных метрик и разных аппаратов приближения, находить их сходственные черты, применять их в	Последовательное изучение тем по модулям 1,2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
		<p>комплексных исследованиях, включая междисциплинарные исследования. Владение навыками подбора подходящего вида метрики или аппарата приближения для адекватного применения в комплексных исследованиях по математике или другим дисциплинам.</p>	
	УК-3	<p>Знание на достаточно высоком уровне современными вопросами теории усреднения дифференциальных операторов. Умение применять основные теоремы теории усреднения в прикладных задачах. Владение основными разделами и важнейшими методами теории усреднения для возможности их применения при решении научных и научно-образовательных задач.</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>
общефессиональные	ОПК-1	<p>Знание фундаментальных свойств различных метрик на множестве дифференциальных операторов. Умение сравнивать различные метрики на множестве дифференциальных операторов, в частности, с использованием современных методов исследования, с использованием информационно-коммуникационных технологий. Владение современными методами и навыками теории G-сходимости.</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>
	ОПК-2	<p>Знание на достаточно высоком уровне вопросы теории усреднения по основным образовательным программам данной образовательной</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 в сочетании со сдачей</p>



Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
		организации. Умение оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математики. Владение методикой изложения основного материала того или другого раздела теории усреднения по программе данной образовательной организации.	коллоквиумов по каждому модулю
профессиональные	ПК-1	Знание основных понятий и формулировок основных теорем из области современного анализа, включая различные виды метрик, различные аппараты приближения, различные виды сходимости последовательностей функций и условия их сходимости. Умение применять основные теоремы современного анализа для решения задач в области самой математики и естественнонаучных дисциплин. Владение важнейшими методами современного анализа для применения в области своей научно-исследовательской деятельности.	Последовательное изучение тем по модулям 1,2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю
	ПК-2	Знание точных определений основных понятий и формулировок основных теорем современного анализа. Умение проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем современного анализа, строго соблюдая при этом причинно-	Последовательное изучение тем по модулям 1, 2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
		следственные связи. Владение классическими методами доказательств основных принципов анализа и важнейших теорем современного анализа.	
	ПК-3	Знание формулировок основных теорем современного анализа, включая важнейшие результаты исследований по теории усреднения. Умение доказывать существенность или необходимость исходных условий исследуемых вопросов путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владение достаточной информацией о современном уровне развития анализа в области научной работы или в разделах публично представляемых научных результатов.	Последовательное изучение тем по модулям 1, 2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю
	ПК-4	Знание на достаточно высоком уровне курса современного анализа по программе данной образовательной организации. Умение оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики дифференциальных уравнений. Владение методикой изложения основного материала того или другого раздела современного анализа.	Последовательное изучение тем по модулям 1, 2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю

### 3. Место дисциплины в структуре ОПОП

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах, прохождении практик:

- Современные проблемы математики
- G-сходимость дифференциальных операторов
- Педагогическая практика
- Научно-исследовательская деятельность
- Подготовка научно-квалификационной работы

Для освоения учебной дисциплины, обучающиеся должны владеть хорошими знаниями основ классических университетских курсов математического анализа, дифференциальных уравнений, комплексного анализа, функционального анализа, уравнений в частных производных и компетенциями: УК - 2,3; ОПК - 1,2; ПК – 1,2,3,4.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих за ней дисциплин:

- Научно-исследовательская деятельность
- Подготовка научно-квалификационной работы
- Подготовка к сдаче и сдаче государственного экзамена
- Представление научного доклада об основных результатах подготовленной научно-квалификационной работы

### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 академических часа.

4.2. Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
<b>Модуль 1. Усреднение эллиптических операторов</b>								
1. Усреднение недивергентных эллиптических операторов второго порядка			6		3		26	коллоквиум
<b>Всего по модулю 1</b>			<b>6</b>		<b>3</b>		<b>27</b>	
<b>Модуль 2. Усреднение обобщенных уравнений Бельтрами</b>								
1. Усреднение обобщенных уравнений Бельтрами			6		3		28	Зачет
<b>Всего по модулю 2</b>			<b>6</b>		<b>3</b>		<b>27</b>	
<b>ИТОГО за семестр В</b>	<b>72</b>		<b>12</b>		<b>6</b>		<b>54</b>	

#### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

##### **Модуль 1. Усреднение эллиптических операторов**

Тема 1. Нервенство острого угла. Априорные оценки.

Тема 2. Недивергентные эллиптические операторы.

Тема 3. Усреднение недивергентных эллиптических операторов второго порядка.

##### **Модуль 2. Усреднение обобщенных уравнений Бельтрами**

Тема 4. Нервенство острого угла. Априорные оценки.

Тема 5. Задача Римана-Гильберта для обобщенных уравнений Бельтрами.

Тема 6. Усреднение обобщенных уравнений Бельтрами.

#### 4.3.2. Содержание лабораторных занятий по дисциплине.

1. Тема 1. Усреднение обыкновенных дифференциальных операторов второго порядка
2. Тема 2. Усреднение недивергентных эллиптических операторов второго порядка
3. Тема 3. Усреднение уравнений Бельтрами
4. Тема 4. Усреднение обобщенных уравнений Бельтрами

#### 5. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации обучающегося

##### *Тематика заданий текущего контроля*

##### *Примерный перечень вопросов к коллоквиуму*

1. Среднее значение периодических функций
2. Основное свойство среднего значения
3. Понятие усреднения
4. Усреднение обыкновенных уравнений с периодическими коэффициентами и формулы усреднения
5. Усреднение обыкновенных уравнений с периодическими коэффициентами и формулы усреднения
6. Усреднение недивергентных эллиптических операторов второго порядка с периодическими коэффициентами и формулы усреднения
7. Усреднение уравнения Бельтрами с периодическим коэффициентом и формулы усреднения

#### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

##### **Основная литература**

1. Левенштам В.Б. Дифференциальные уравнения с большими высокочастотными слагаемыми. (Усреднение и асимптотики) [Электронный ресурс] / В.Б. Левенштам. — Электрон. текстовые данные. — Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2008. — 368 с. — 978-5-9275-0414-5. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/46949.html>
2. Жиков В.В, Козлов С.Н., Оленик О.А. Усреднение дифференциальных операторов М.: Наука. 1993 г. Источник: Кафедра ДУиФА ДГУ
3. Левитан М.Б, Жиков В.В. Почти-периодические функции и дифференциальные уравнения, М: МГУ, 1978г. Источник: Кафедра ДУиФА ДГУ

4. Жиков В.В, Козлов С.Н., Оленик О.А. Усреднение дифференциальных операторов М.: Наука. 1993 г. <http://bookfi.net/book/441507>

#### **Дополнительная литература**

5. Филатов О.П. Усреднение систем дифференциальных включений [Электронный ресурс] : учебное пособие / О.П. Филатов, М.М. Хапаев. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 1998. — 160 с. — 5-211-03377-9. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13117.html>
6. Олейник О.А., Иосифьян Г.А., Шамаев А.С. Математические задачи сильно неоднородных упругих сред. Изд. МГУ, 1990 г. <http://bookfi.net/book/441524>
7. Бахвалов Н.С., Панасенко Г.П. Осреднение процессов в периодических средах. М.: Наука. 1984. <http://bookfi.net/book/452045>
8. Сиражудинов М.М. «О G-сходимости и усреднении обобщенных операторов Бельтрами». Матем. сборн. Т.199, №5. С.124-155. 2008 г. <https://doi.org/10.4213/sm4515>

### **6.3. Программное обеспечение**

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства:

- MatLab
- Mathcad
- Maple

### **6.4. Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. [http://window.edu.ru/window/catalog?p\\_rubr=2.2.74.12](http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12) – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer
4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ

### **6.5. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»,**

необходимых для освоения дисциплины:

- 1) Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>(датаобращения:).
- 2) Электронный каталог НБ ДГУ[Электронный ресурс]: база данных содержит сведения о всех видах лит, поступающих в фонд НБ ДГУ/Дагестанский гос. ун-т. – Махачкала, 2010 – Режим доступа: <http://elib.dgu.ru>, свободный (дата обращения:).
- 3) <http://www.consultant.ru/> - КонсультантПлюс

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для проведения занятий в активной и интерактивной форме и самостоятельной работы аспирантов используются компьютеры с соответствующим программным обеспечением, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны, аудио и видео аппаратура.

## **8. Образовательные технологии**

В соответствии с различными видами учебных занятий предусматриваются следующие образовательные технологии:

- традиционные и интерактивные лекции с дискурсивной практикой обучения;
- семинары и коллоквиумы, на которых обсуждаются основные проблемы, освещенные в лекциях и сформулированные в домашних заданиях;
- письменные и устные домашние задания, подготовка докладов и рефератов по программе самостоятельной работы;
- участие в научно-методологических семинарах, коллоквиумах и конференциях;
- консультации преподавателя;
- мастер-классы экспертов и специалистов;
- самостоятельная работа аспиранта, в которую входит освоение теоретического материала, подготовка к семинарским занятиям с использованием интернета и электронных библиотек.