



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор ФГБОУ ВО «Дагестанский
государственный университет»

Рабданов М.Х.

29.07 2026 г.



ПРОГРАММА

вступительного экзамена в аспирантуру по подготовке
научных и научно-педагогических кадров
по направлению
01.06.01 «МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА»

(специальность: 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения
и математическая физика»)

Махачкала, 2026

Настоящая программа вступительного экзамена в аспирантуру по направлению 01.06.01 «Математика и механика» (специальность: 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика») составлена на основе ФГОС ВО по программам бакалавриата и магистратуры и охватывает основополагающие разделы математического анализа, теории функций вещественного переменного, теории функций комплексного переменного, функционального анализа, дифференциальных уравнений и уравнений математической физики.

Разработчик: Рамазанов А.-Р.К. – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математического анализа.

Программа обсуждена и одобрена на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук 26 декабря 2025 г., протокол № 4.

Декан факультета
математики и компьютерных наук



А.З. Якубов

Программа вступительного экзамена согласована с Управлением аспирантуры и докторантуры

Начальник Управления аспирантуры
и докторантуры «15» 01 2026 г.



Э.Т. Рамазанова

Цель вступительного экзамена - установить глубину профессиональных знаний соискателя и степень подготовленности к самостоятельному проведению научных исследований по избранной специальности.

Вступительный экзамен в аспирантуру включает фундаментальные теоретически значимые вопросы по базовым дисциплинам подготовки бакалавров и магистров по направлению Математика.

Экзамен проводится в устной форме по билетам с оценкой знаний поступающих в аспирантуру по нижеприведенной шкале оценок.

Оценка *«Отлично»* выставляется за обстоятельный, полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи. Знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию соискателя.

Оценка *«Хорошо»* выставляется за правильные, полные, развернутые ответы на поставленные вопросы, доказательно раскрыты основные положения темы; в ответе прослеживается четкая структура, логическая последовательность, отражающая сущность раскрываемых понятий, теорий, явлений. Ответы изложены литературным языком в терминах науки. В ответе допущены недочеты, исправленные соискателем самостоятельно в процессе ответа.

Оценка *«Удовлетворительно»* выставляется при полном, но недостаточно последовательном ответе на поставленные вопросы, но при этом показано умение выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Ответ логичен и изложен в терминах науки, допущены 1-2 ошибки в определении основных понятий, которые соискатель затрудняется исправить самостоятельно.

Оценка *«Неудовлетворительно»* выставляется, если дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса с существенными ошибками в определениях. Присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения. Соискатель не осознает связь данного понятия, теории, явления с другими объектами дисциплины. Отсутствуют выводы, конкретизация и доказательность изложения. Речь неграмотная. Дополнительные и уточняющие вопросы членов комиссии не приводят к коррекции ответа соискателя не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины.

Программа вступительного экзамена

Основы математического анализа

Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей.

Предел функции. Основные свойства предела функции.

Замечательные пределы. Сравнение функций в окрестности данной точки.

Кратные и повторные пределы функции.

Непрерывные функции. Локальные и глобальные свойства непрерывных функций.

Определения производных. Дифференцируемость и дифференциал функции. Теоремы о среднем дифференциального исчисления (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, Дарбу).

Формула Тейлора с остатком в различных формах. Разложения элементарных функций.

Теоремы о неявных функциях.

Первообразная и неопределенный интеграл. Методы замены переменной и интегрирования по частям.

Определенный интеграл Римана, свойства.

Теоремы о среднем. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и Интегрирование по частям в определенном интеграле.

Несобственные интегралы. Свойства.

Числовой ряд. Свойства сходящихся рядов. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признаки сходимости.

Кратные и повторные ряды.

Бесконечные произведения. Связь с рядами.

Функциональные ряды. Признаки равномерной сходимости.

Функциональные свойства сумм рядов.

Степенные ряды. Ряды Тейлора.

Интегралы, зависящие от параметра. Сходимость, равномерная сходимость. Функциональные свойства интегралов с параметрами.

Эйлеровы интегралы.

Ряд Фурье по ортогональной системе функций. Общие свойства.

Тригонометрический ряд Фурье-Римана. Лемма Римана. Интеграл Дирихле. Принцип локализации рядов Фурье-Римана.

Функции ограниченной вариации. Свойства.

Интеграл Стильбеса. Свойства. Приложения к рядам Фурье.

Почленное интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.

Признаки сходимости тригонометрического ряда Фурье-Римана.

Преобразование Фурье. Свойства.

Кратные интегралы. Свойства. Замена переменных в кратных интегралах.

Криволинейные и поверхностные интегралы. Свойства.

Элементы теории поля. Градиент, дивергенция, ротор.

Основные интегральные формулы Грина, Гаусса-Остроградского, Стокса.

Основы дифференциальных уравнений

Общая теория. Интегрируемые в квадратурах дифференциальные уравнения.

Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.

Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Фундаментальная система решений. Структура и построение общего решения. Методы решения линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Устойчивость решений систем линейных дифференциальных уравнений. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Функция Грина. Задача Штурма-Лиувилля.

Уравнения математической физики

Основные типы дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка. Уравнение диффузии (теплопроводности). Начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности. Метод разделения переменных. Уравнение колебания струны. Задача Коши на всей прямой. Формула Даламбера. Метод разделения переменных. Дифференциальные уравнения Лапласа и Пуассона. Краевые задачи Дирихле и Неймана. Вопросы единственности решения. Фундаментальные решения уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле для круга методом разделения переменных. Функция Грина краевой задачи Дирихле.

Элементы вещественного анализа

Мера Лебега. Основные свойства. Измеримые функции. Свойства. Интеграл Лебега. Свойства. Сравнение с интегралом Римана. Дифференциальные свойства функций ограниченной вариации. Абсолютно непрерывные функции. Свойства. Восстановление функции по производной. Ряды Фурье-Лебега. Полнота и замкнутость тригонометрической системы функций. Свойства рядов Фурье-Лебега функций с интегрируемым квадратом. Теорема Рисса-Фишера.

Элементы функционального анализа

Топологические и линейные топологические пространства. Метрические и линейно нормированные пространства. Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений. Компактность в метрических пространствах. Линейные функционалы и линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Линейные функционалы и сопряженное пространство. Теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве и ее следствия. Обобщенные функции. Операции над обобщенными функциями. Применения в дифференциальных уравнениях. Последовательности линейных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе. Гильбертовы пространства. Общий вид линейного функционала. Интегральные уравнения Вольтерры и Фредгольма. Вопросы существования решения и методов решения.

Элементы комплексного анализа

Функции комплексного переменного. Аналитические функции. Условия Коши-Римана. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интегральная формула Коши.

Ряды аналитических функций. Свойства.
Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.
Ряд Лорана. Изолированные особые точки. Вычеты.
Гармонические функции. Принцип максимума. Теорема о среднем.

ЛИТЕРАТУРА

а) основная литература

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1-3. М.: Физматлит, 2008.
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. Изд. 7. М.: Физматлит, 2023.
3. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. Изд. 4. М.: Физматлит, 2008.
4. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Физматлит, 2005.
5. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. Изд. 7. М.: Физматлит, 2004.
6. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М.: Юрайт, 2019.

б) дополнительная литература

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Юрайт, 2023.
2. Дьяченко М.И., Ульянов П.Л. Мера и интеграл. М.: Факториал, 1998.
3. Агафонов С.А., Герман А.Д., Муратова Т.В. Дифференциальные уравнения. М: МВТУ, 2011.
4. Боговский М.Е. Уравнения математической физики. М: МВТУ, 2019.
5. Алгазин О.Д., Облакова Т.В. Ряды и теория функций комплексного переменного. М: МВТУ, 2016.

в) интернет-ресурсы

1. <http://e.lanbook.com>
2. www.iprbookshop.ru
3. <http://biblioclub.ru/>

Примерные экзаменационные вопросы для поступления в аспирантуру по специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика»

1. Непрерывные функции. Локальные и глобальные свойства непрерывных функций.
2. Производные, дифференцируемость и дифференциал функции. Теоремы о среднем дифференциального исчисления.
3. Формула Тейлора с остатком в различных формах.
4. Теоремы о неявных функциях.
5. Определенный интеграл Римана. Классы интегрируемых функций.
6. Основные свойства интегрируемых функций и интеграла Римана. Теоремы о среднем.
7. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.
8. Числовой ряд. Абсолютно сходящиеся и условно сходящиеся ряды. Признаки сходимости. Бесконечные произведения.
9. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов.

Функциональные свойства сумм рядов.

10. Степенные ряды. Область сходимости. Свойства суммы.
11. Тригонометрический ряд Фурье-Римана. Интеграл Дирихле.
12. Принцип локализации рядов Фурье. Лемма Римана.
13. Сходимость ряда Фурье-Римана. Признаки сходимости.
14. Почленное интегрирование и дифференцирование рядов Фурье-Римана.
15. Интеграл Стильеса. Свойства.
16. Функции ограниченной вариации, их дифференциальные свойства.
17. Обобщенные функции. Операции над обобщенными функциями.
18. Мера Лебега. Основные свойства.
19. Измеримые функции. Свойства.
20. Интеграл Лебега. Свойства.
21. Абсолютно непрерывные функции. Восстановление функции по производной.
22. Ряды Фурье-Лебега. Полнота и замкнутость тригонометрической системы функций.
23. Ряды Фурье-Лебега функций с интегрируемым квадратом. Теорема Рисса-Фишера.
24. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.
25. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
26. Основные типы дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка.
27. Уравнение диффузии (теплопроводности). Начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности. Метод разделения переменных.
28. Уравнение колебания струны. Задача Коши на всей прямой. Формула Даламбера. Метод разделения переменных.
29. Дифференциальные уравнения Лапласа и Пуассона. Краевые задачи Дирихле и Неймана. Вопросы единственности решения.
30. Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений.
31. Компактность в метрических пространствах.
32. Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность.
33. Последовательности линейных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза.
34. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе.
35. Непрерывные линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве.
36. Гильбертовы пространства. Общий вид линейного функционала.
37. Интегральные уравнения Вольтерры. Вопросы существования решения.
38. Интегральные уравнения Фредгольма. Вопросы существования решения.
39. Аналитические функции. Условия Коши-Римана.
40. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру.
41. Интегральная формула Коши.
42. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.
43. Ряд Лорана. Изолированные особые точки. Вычеты.
44. Гармонические функции. Принцип максимума. Теорема о среднем.